

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной  
деятельности

 И.Ю.Черникова

« 24 » сентября 20 24 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дисциплина:** Функциональный анализ  
(наименование)

**Форма обучения:** очная  
(очная/очно-заочная/заочная)

**Уровень высшего образования:** бакалавриат  
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

**Общая трудоёмкость:** 180 (5)  
(часы (ЗЕ))

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления)

**Направленность:** Математическое и информационное обеспечение  
экономической деятельности (СУОС)  
(наименование образовательной программы)

# 1. Общие положения

## 1.1. Цели и задачи дисциплины

Формирование комплекса знаний, умений и навыков в теории банаховых, гильбертовых пространств, теории линейных операторов, теории меры, спектральной теории и применение этого комплекса к математическому моделированию систем и процессов. Дисциплина является базовой для изучения таких математических и специальных дисциплин, как численные методы, уравнения математической физики, дифференциальные уравнения в частных производных. Она характеризуется широтой охвата материала, строгостью и полнотой доказательств рассматриваемых утверждений.

Формирование знаний:

? основных понятий и методов теории банаховых, гильбертовых пространств;

Формирование умений:

? применять общие утверждения ФА при исследовании на разрешимость различных классов операторных уравнений;

? использовать систему знаний дисциплины для адекватного математического моделирования различных процессов;

? формулировать и доказывать основные, и выводимые из основных,

? утверждения функционального анализа;

Формирование навыков:

? правильного применения методов исследования некоторых характеристик линейных операторов;

? формирование навыков применения аппарата функционального анализа к конкретным видам прикладных задач.

## 1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Математические объекты (различные нормированные пространства, линейные и нелинейные операторы и функционалы);

Операции над объектами и характеристики объектов (сложение и умножение, непрерывность, компактность, обратимость и т.д.);

Основные математические методы исследования объектов;

Математические модели типовых профессиональных задач;

Способы формализации реальных физических явлений;

Анализ полученных результатов решения профессиональных задач.

## 1.3. Входные требования

Не предусмотрены

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
-------------	-------------------	---	--	-----------------

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-1ОПК-1	Знает основы предметной области: основные методы функционального анализа, применяемые для решения типовых задач; методы, идеи и принципы функционального анализа, применяемые для решения творческих (исследовательских) задач.	Знает основы фундаментальной и прикладной математики, основы вычислительной техники и программирования	Коллоквиум
ОПК-1	ИД-2ОПК-1	Умеет решать задачи предметной области: выбирает метод и алгоритм для решения конкретной типовой задачи; демонстрирует различные методы решения задачи и выбирает оптимальные методы, имеющие применение в функциональном анализе и других смежных дисциплинах.	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования	Контрольная работа
ОПК-1	ИД-3ОПК-1	Владеет основными терминами, понятиями, определениями разделов функционального анализа; основными математическим языком предметной области: корректно представляет знания в математической форме; математическим языком предметной области: записывает результаты проведенных исследований в терминах предметной области; демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.	Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности	Экзамен

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
УК-1	ИД-1УК-1	знает основные методы функционального анализа, приемы построения моделей реальных процессов методами функционального анализа; современные понятия, подходы и методы естественных наук, связанные с прикладной математикой; особенности применения методов функционального анализа и синтеза физико-механических и информационных систем и процессов.	Знает как осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации для решения поставленных профессиональных задач.	Коллоквиум
УК-1	ИД-2УК-1	умеет применять методы функционального анализа для моделирования различных процессов; применять методы и принципы естественнонаучных теорий при построении математических моделей; обосновывать выбор и применять стандартные математические методы анализа и синтеза физико-механических и информационных систем и процессов для решения прикладных и научных задач.	Умеет применять системный подход на основе поиска, критического анализа и синтеза информации для решения научно-технических задач профессиональной области.	Контрольная работа
УК-1	ИД-3УК-1	владеет методами построения математических моделей типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; навыками построения математических моделей физико-механических систем и процессов с использованием	Владеет навыками поиска, синтеза и критического анализа информации в своей профессиональной области; владеет системным подходом для решения поставленных задач.	Экзамен

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
		современных фактов, концепций и принципов естественных наук; способностью обосновывать выбор и применять методы функционального анализа и синтеза физико-механических и информационных систем и процессов для решения прикладных и научных задач.		

### 3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		4	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	72	72	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	24	24	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	44	44	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	72	72	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен	36	36	
Дифференцированный зачет			
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	180	180	

### 4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
4-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Банаховы пространства.	6	0	12	16
Полные нормированные пространства Основные определения. Эквивалентные нормы. Полнота пространства. Конечномерные пространства. Комплексификация. Геометрия банаховых пространств. Классические банаховы пространства. Компактность. Компактные множества. Прямая сумма и прямое произведение пространств.				
Мера и интеграл Лебега.	0	0	6	16
Мера Лебега на прямой. Общее определение меры. Примеры измеримых и неизмеримых множеств. Свойства меры Лебега. Измеримые функции. Основные теоремы о измеримых функциях. Суммируемые функции и интеграл Лебега. Свойства интеграла Лебега. Пространства суммируемых функций. Функции ограниченной вариации. Абсолютно непрерывные функции.				
Линейные операторы.	6	0	10	10
Линейные операторы и функционалы. Ограниченность и непрерывность. Пространство линейных ограниченных операторов. Теоремы об обратных операторах. Вполне непрерывные операторы. Некоторые классы линейных операторов.				
Сопряженные пространства.	6	0	8	12
Теорема Хана-Банаха и ее следствия. Сопряженные пространства. Сопряженные операторы. Элементы спектральной теории линейных операторов. Определение и примеры спектров простейших операторов. Основные свойства спектра. Структура спектра конечномерного оператора и вполне непрерывного оператора.				
Нелинейные операторы и операторные уравнения.	6	0	8	18
Теоремы о неподвижных точках. Дифференцирование нелинейных операторов. Теоремы о неявных операторах. Итерационный процесс Ньютона.				
ИТОГО по 4-му семестру	24	0	44	72
ИТОГО по дисциплине	24	0	44	72

#### Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
--------	--

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Проверка аксиом нормированного пространства. Доказательство эквивалентности норм в конечномерном пространстве и в пространстве непрерывно дифференцируемых функций.
2	Доказательство открытости и замкнутости множеств.
3	Разложение пространства на прямую сумму подпространств.
4	Построение эpsilon-сети множества.
5	Применение критерия Хаусдорфа, теоремы Арцела, теоремы Рисса для доказательства относительной компактности множеств в различных пространствах.
6	Вычисление меры Лебега некоторых множеств. Построение неизмеримых подмножеств на прямой.
7	Доказательство и применение некоторых свойств меры Лебега.
8	Вычисление интеграла Лебега для ограниченных и неограниченных функций произвольного знака. Изучение свойств пространств функций суммируемых с различными степенями.
9	Контрольная работа
10	Проверка линейности, ограниченности и непрерывности линейного оператора.
11	Построение образа и ядра линейного оператора.
12	Исследование некоторых свойств линейного оператора.
13	Вычисление нормы линейного ограниченного оператора.
14	Контрольная работа
15	Представление линейных ограниченных функционалов в различных пространствах.
16	Построение продолжения линейного ограниченного функционала с сохранением нормы.
17	Описание спектра конечномерного оператора. Собственные значения и собственные элементы линейного ограниченного оператора.
18	Свойства собственного подпространства. Построение спектра для некоторых классов линейных операторов.
19	Применение теорем о неподвижной точке для доказательства существования решения систем линейных алгебраических уравнений.
20	Применение теорем о неподвижной точке для доказательства существования решения дифференциальных уравнений, интегральных уравнений.
21	Решение дифференциальных и интегральных уравнений методом последовательных приближений.
22	Решение дифференциальных и интегральных уравнений методом последовательных приближений.

## 5. Организационно-педагогические условия

### 5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, тренинги.

### 5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям. Подготовка к тестированию по разделу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

## 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
<b>1. Основная литература</b>		
1	Дерр В. Я. Функциональный анализ : лекции и упражнения учебное пособие для вузов. Москва : КНОРУС, 2013. 461 с. 29,0 усл. печ. л.	15
2	Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. Москва : Физматлит, 2006. 570 с.	53
3	Люстерник Л. А., Соболев В. И. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие. 2-е изд., стер. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2018. 271 с. 17,0 усл. печ. л.	4

4	Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной : учебник для вузов. 5-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань, 2008. 560 с	25
<b>2. Дополнительная литература</b>		
<b>2.1. Учебные и научные издания</b>		
1	Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. 4-е изд., испр. Санкт-Петербург : Невский Диалект : БХВ-Петербург, 2004. 814 с.	7
2	Линейные операторы. Общая теория : пер. с англ. / Данфорд Н., Шварц Д. Т., Бейд У., Бартл Р. 2-е изд., стер. Москва : УРСС, 2004. 895 с.	9
3	Люстерник Л. А., Соболев В. И. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие. 2-е изд., стер. Санкт-Петербург : Лань, 2009. 271 с.	26
4	Люстерник Л. А., Соболев В. И. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие. 2-е изд., стер. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2018. 271 с. 17,0 усл. печ. л.	4
5	Рудин У. Функциональный анализ : учебник пер. с англ. 2-е изд., испр. и доп. Санкт-Петербург : Лань, 2005. 443 с.	4
6	Треногин В. А. Функциональный анализ : учебник. 3-е изд., испр. Москва : Физматлит, 2002. 488 с.	63
7	Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебное пособие для вузов. 2-е изд., испр. и доп. Москва : Физматлит, 2002. 239 с.	65
<b>2.2. Периодические издания</b>		
	Не используется	
<b>2.3. Нормативно-технические издания</b>		
	Не используется	
<b>3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины</b>		
	Не используется	
<b>4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента</b>		
	Не используется	

## 6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Глазырина, П. Ю. Функциональный анализ. Типовые задачи : учебное пособие / П. Ю. Глазырина, М. В. Дейкалова, Л. Ф. Коркина. - Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2016.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/iprbooks66213">http://elib.pstu.ru/Record/iprbooks66213</a>	локальная сеть; авторизованный доступ

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Основы функционального анализа и вариационного исчисления : учебное пособие / О. В. Гомонова, Р. В. Ульверт, С. Р. Вишневская, А. М. Попов. — Красноярск : СибГУ им. академика М. Ф. Решетнёва, 2023. — 80 с.	<a href="https://e.lanbook.com/book/400454">https://e.lanbook.com/book/400454</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Основная литература	Елецких, И. А. Элементы функционального анализа : учебно-методическое пособие / И. А. Елецких, К. С. Елецких. — Елец : ЕГУ им. И.А. Бунина, 2023. — 105 с.	<a href="https://e.lanbook.com/book/393269">https://e.lanbook.com/book/393269</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Каримов З. Ш. Функциональный анализ в задачах Задачник-практикум и методические указания для студентов специальности «Математика»: методические указания / Каримов З. Ш. - Уфа: БГПУ имени М. Акмуллы, 2016.	<a href="http://elib.pstu.ru/Record/lan76587">http://elib.pstu.ru/Record/lan76587</a>	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Функциональный анализ : учебное пособие / В. И. Белоусова, А. А. Кныш, К. С. Поторочина [и др.]. — Екатеринбург : УрГЭУ, 2023. — 88 с.	<a href="https://e.lanbook.com/book/417821">https://e.lanbook.com/book/417821</a>	локальная сеть; авторизованный доступ

### 6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Офисные приложения.	МойОфис Стандартный. , реестр отечественного ПО, необходима покупка лицензий.
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Mathematica Professional Version (лиц.L3263-7820*)

### 6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	<a href="https://elib.pstu.ru/">https://elib.pstu.ru/</a>
Образовательная платформа Юрайт	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
Электронно-библиотечная система Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
Электронно-библиотечная система IPRsmart	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	локальная сеть

### **7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине**

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Доска	1
Практическое занятие	Доска	1

### **8. Фонд оценочных средств дисциплины**

Описан в отдельном документе
------------------------------

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине  
«Математика»

*Приложение к рабочей программе дисциплины*

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Пермь, 2024

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Предусмотрены аудиторные лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций знать, уметь, владеть, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине.

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала и в ходе практических занятий, а также на экзамене. Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде экзамена, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

### **1. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения**

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

– входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучающегося и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

### **2.1. Текущий контроль усвоения материала**

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования, выборочного теоретического опроса или контрольной работы проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

#### **2.1.1. Коллоквиум**

Текущий контроль для оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений проводится в форме коллоквиума (после изучения определенного раздела учебной дисциплины).

Запланирован один коллоквиум, охватывающий темы: Множества, Линейные пространства, нормированные пространства, пространства со скалярным произведением.

Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

Полный перечень заданий для проведения коллоквиума формируется на бумажном и электронном носителях и хранится на кафедре, обеспечивающей преподавание данной дисциплины.

### **2.2. Рубежный контроль**

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений проводится в форме защиты практических занятий и рубежных контрольных работ (после изучения каждого модуля учебной дисциплины).

Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС

образовательной программы.

### **2.2.1. Защита лабораторных и практических занятий**

Всего запланировано 22 практических занятия. Типовые темы практических занятий приведены в РПД.

Защита практического занятия проводится индивидуально каждым студентом или группой студентов. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.2.2. Рубежная контрольная работа**

Согласно РПД запланировано 2 рубежные контрольные работы (КР) после освоения студентами учебных модулей дисциплины. Первая КР по модулю 1 «Мера Лебега. Интеграл Лебега», вторая КР – по модулю 2 «Линейность и ограниченность операторов».

Типовые шкала и критерии оценки результатов рубежной контрольной работы приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)**

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине, согласно РПД, проводится в виде экзамена устно по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки усвоенных умений и приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.3.3. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при экзамене для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

## **3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций**

### **3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций**

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент*

*проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов компетенций приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **3.2. Оценка уровня сформированности компетенций**

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде экзамена используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.

## ЗАДАНИЯ ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ

Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
<b>3</b>	<p>Пусть <math>X</math> - <math>n</math>-мерное линейное пространство. Выберите верное утверждение.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Любые <math>n</math> элементов линейно зависимы;</li> <li>2. Любые <math>n</math> элементов линейно независимы;</li> <li><b>3. Любые <math>n + 1</math> элементов линейно зависимы;</b></li> <li>4. Любые <math>n + 1</math> элементов линейно независимы;</li> </ol>	ОПК-1
<b>1</b>	<p>Пусть <math>C[-1;1]</math> линейное пространство непрерывных на отрезке <math>[-1;1]</math> функций. Подпространством является...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><b>1. множество четных функций;</b></li> <li>2. множество монотонных функций;</li> <li>3. множество убывающих функций;</li> <li>4. множество неотрицательных функций.</li> </ol>	ОПК-1
<b>2</b>	<p>Аксиома положительной однородности в нормированном пространстве имеет вид...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\ \lambda x\  = \lambda \ x\ </math>;</li> <li><b>2. <math>\ \lambda x\  =  \lambda  \ x\ </math>;</b></li> <li>3. <math>\ \lambda x\  = \lambda^2 \ x\ </math>;</li> <li>4. <math>\ \lambda x\  &lt;  \lambda  \ x\ </math>.</li> </ol>	ОПК-1
<b>2</b>	<p>Аксиома «неравенство треугольника» в нормированном пространстве имеет вид...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\ x + y\  = \ x\  + \ y\ </math>;</li> <li><b>2. <math>\ x + y\  \leq \ x\  + \ y\ </math>;</b></li> <li>3. <math>\ x + y\ ^2 &lt; \ x\ ^2 + \ y\ ^2</math>;</li> <li>4. <math>\ x + y\  \geq \ x\  + \ y\ </math>.</li> </ol>	ОПК-1
<b>1</b>	<p>Пространство <math>R^2 = \{x = (x_1, x_2), x_i \in R, i = 1, 2\}</math> является линейным нормированным пространством, если норму определить равенством...</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><b>1. <math>\ x\  =  x_1  + 2 x_2 </math>;</b></li> <li>2. <math>\ x\  = 2 x_1  -  x_2 </math>;</li> </ol>	ОПК-1

	<p>3. <math>\ x\  = 2 x_2 </math>;</p> <p>4. <math>\ x\  =  x_1  x_2 </math>.</p>	
4	<p>Пространство <math>R^2 = \{x = (x_1, x_2), x_i \in R, i = 1, 2\}</math> является линейным нормированным пространством, если норму определить равенством...</p> <p>1. <math>\ x\  =  x_1 ^2 + 2 x_2 ^2</math>;</p> <p>2. <math>\ x\  = \sqrt{2 x_1  +  x_2 }</math>;</p> <p>3. <math>\ x\  = \sqrt{2 x_2 }</math>;</p> <p>4. <math>\ x\  = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}</math>.</p>	ОПК-1
4	<p>Линейное пространство <math>C[-1;1]</math> непрерывных на отрезке <math>[-1;1]</math> функций <math>x: [-1;1] \rightarrow R</math>, является нормированным пространством, если норму определить равенством...</p> <p>1. <math>\ x\  =  x(0) </math>;</p> <p>2. <math>\ x\  =  x(-1)  +  x(1) </math>;</p> <p>3. <math>\ x\  = \min_{t \in [-1;1]}  x(t) </math>;</p> <p>4. <math>\ x\  = \max_{t \in [-1;1]}  x(t) </math>.</p>	ОПК-1
2	<p>Если в линейном пространстве <math>X</math> введено скалярное произведение элементов <math>(\cdot, \cdot)</math>, то <math>X</math> является нормированным, если норму определить равенством...</p> <p>1. <math>\ x\  = (x, x)</math>;</p> <p>2. <math>\ x\  = \sqrt{(x, x)}</math>;</p> <p>3. <math>\ x\  = (x, y)</math>;</p> <p>4. <math>\ x\  = (x, \theta)</math>, <math>\theta</math> - нулевой элемент пространства.</p>	ОПК-1
<b>линейным пространством</b>	<p>Множество называется ... .., если в нем введены операции сложения элементов и умножения на скаляр.</p>	УК-1
<b>открытым</b>	<p>Дополнение замкнутого множества в линейном нормированном пространстве является ... множеством.</p>	УК-1

<b>замкнутым</b>	Дополнение открытого множества в линейном нормированном пространстве является... множеством.	УК-1
<b>открыто</b>	Если $A$ и $B$ открытые множества, то множество $A \cup B$ ...	УК-1
<b>полным</b>	Линейное нормированное пространство называется ..., если любая фундаментальная последовательность является сходящейся.	УК-1
<b>открытым</b>	Если все точки множества в линейном нормированном пространстве являются внутренними, то такое множество называется ...	УК-1
<b>замкнутым</b>	Если множество в линейном нормированном пространстве содержит все свои предельные точки, то такое множество называется ...	УК-1
<b>эквивалентными</b>	Если для любого элемента $x \in X$ линейного пространства $X$ выполнены неравенства $2\ x\ _1 \leq \ x\ _2 \leq 3\ x\ _1$ , то нормы $\ \cdot\ _1$ и $\ \cdot\ _2$ называются ...	УК-1
<b>нулю</b>	Два элемента пространства со скалярным произведением называются ортогональными, если их скалярное произведение равно	УК-1
<b>сжимающим</b>	Оператор $A: X \rightarrow X$ , называется ..., если для любых элементов $x_1, x_2 \in X$ , справедливо неравенство $\ Ax_1 - Ax_2\  \leq q\ x_1 - x_2\ $ , $q < 1$ .	УК-1
<b>спектром</b>	Пусть $A: X \rightarrow X$ , - линейный ограниченный оператор, совокупность всех $\lambda$ , для которых оператор $\lambda I - A$ необратим, называется ...	УК-1
<b>выпуклым</b>	Пусть $X$ - линейное пространство. Множество $M \subset X$ называется..., если для любых $x_1, x_2 \in M$ и произвольного $\alpha \in [0;1]$ справедливо $\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2 \in M$ .	УК-1
<b>2</b>	Множество $L = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 : 2x_1 + x_2 + 2(x_3 - p) + 4 = 0\}$ является линейным подпространством, если $p$ равно...	ОПК-1
<b>5</b>	Множество $L = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 : 2x_1 + 3(x_2 + 2) + 2(x_3 - p) + 4 = 0\}$ является линейным подпространством, если $p$ равно...	ОПК-1

2	Размерность подпространства $L = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 : 2x_1 + x_2 = 0\}$ равна ...	ОПК-1
1	Размерность подпространства $L = \{(x_1, x_2) \in R^2 : 2x_1 + x_2 = 0\}$ равна ...	ОПК-1
2	Норма в линейном нормированном пространстве $C[0;1]$ непрерывных на отрезке $[0;1]$ функций $x: [0;1] \rightarrow R$ определена равенством $\ x\  = \max_{t \in [0;1]}  x(t) $ . Норма элемента $x(t) = 2t^2$ равна...	ОПК-1
4	Норма в линейном нормированном пространстве $C[0;1]$ непрерывных на отрезке $[0;1]$ функций $x: [0;1] \rightarrow R$ определена равенством $\ x\  = \max_{t \in [0;1]}  x(t) $ . Норма элемента $x(t) = 4 - t^2$ равна...	ОПК-1
1	Норма в линейном нормированном пространстве $C[0;1]$ непрерывных на отрезке $[0;1]$ функций $x: [0;1] \rightarrow R$ определена равенством $\ x\  = \max_{t \in [0;1]}  x(t) $ . Норма элемента $x(t) = (2t - 1)^2$ равна...	ОПК-1
2	В линейном пространстве $R^3 = \{x = (x_1, x_2, x_3), x_i \in R, i = \overline{1,3}\}$ скалярное произведение определено равенством $(x, y) = \sum_{i=1}^3 x_i y_i$ . Элементы $x = (1, 2, p)$ и $y = (8, p, 2)$ ортогональны при $p$ равном...	ОПК-1
-8	В линейном пространстве $R^3 = \{x = (x_1, x_2, x_3), x_i \in R, i = \overline{1,3}\}$ скалярное произведение определено равенством $(x, y) = \sum_{i=1}^3 x_i y_i$ . Элементы $x = (1, -2, p)$ и $y = (8, p, 3)$ ортогональны при $p$ равном...	ОПК-1
1	Оператор $A: R^2 \rightarrow R^2, A(x_1, x_2) = (p - 1)x_1^2 + x_2$ является линейным оператором при $p$ равном...	ОПК-1
5	В линейном пространстве $R^2 = \{x = (x_1, x_2), x_i \in R, i = \overline{1,2}\}$ скалярное	ОПК-1

	<p>произведение определено равенством</p> $(x, y) = \sum_{i=1}^2 x_i y_i .$ <p>Норма элемента <math>x = (3, 4)</math>,  порожденная скалярным произведением,  равна...</p>	
<b>13</b>	<p>В линейном пространстве</p> $R^2 = \{x = (x_1, x_2), x_i \in R, i = 1, 2\}$ <p>скалярное произведение определено равенством</p> $(x, y) = \sum_{i=1}^2 x_i y_i .$ <p>Норма элемента <math>x = (5, 12)</math>,  порожденная скалярным произведением,  равна...</p>	ОПК-1